Cours de physique générale I

pour étudiants en section d'Informatique

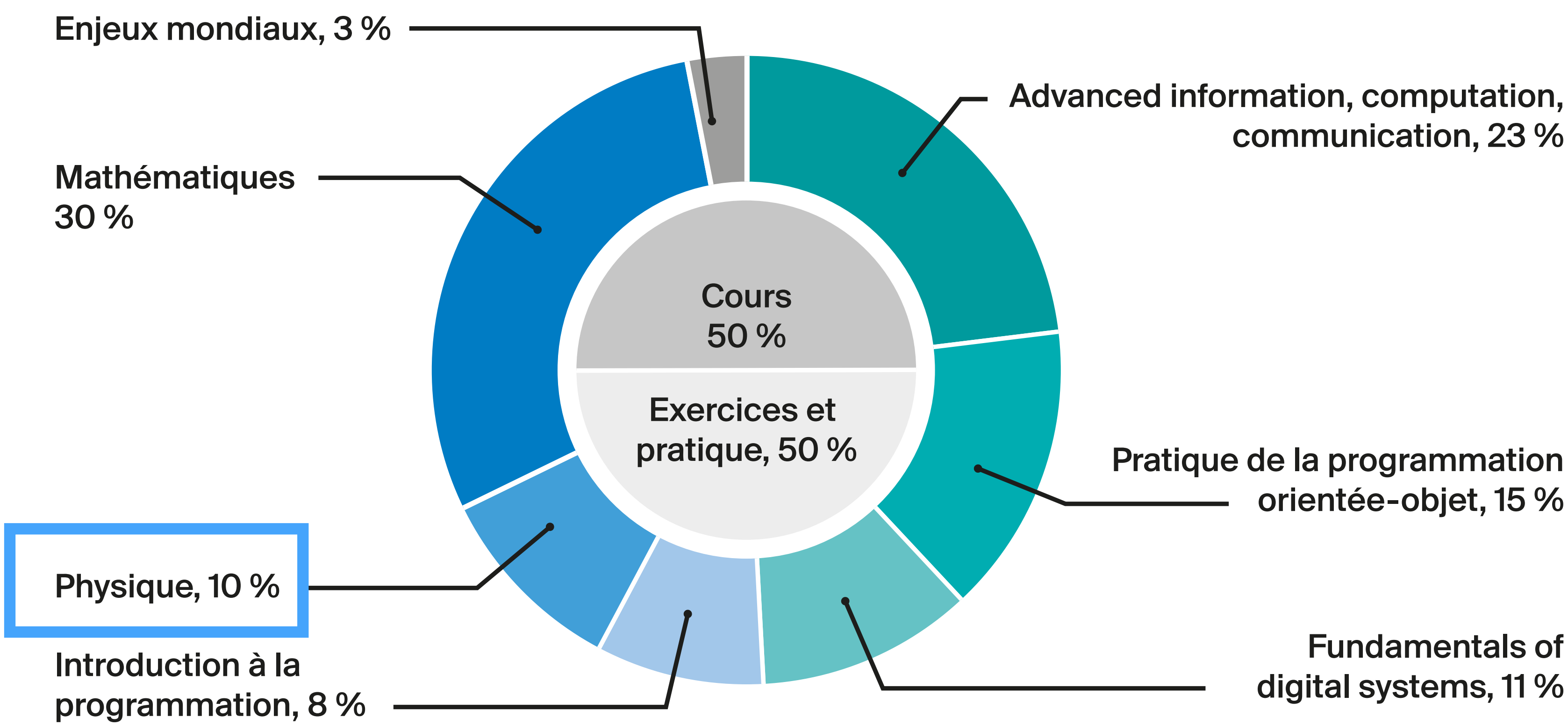
(automne 2024)

Dr. Stefano Rusponi
Laboratoire des nanostructures à la surface

Site web du cours:

https://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=15445

Informatique: plan d'études 1ère année



La Physique

La physique est la science qui cherche à comprendre, à modéliser et à expliquer les phénomènes naturel de l'Univers.

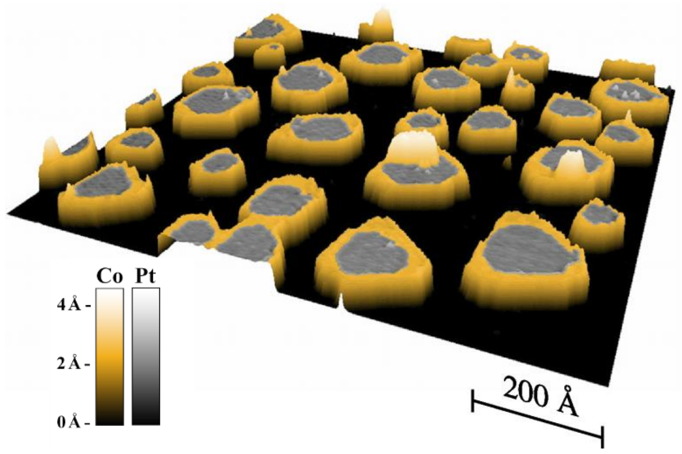
Donc, trois questions (et réponses) pour commencer:

1) Qui est la personne qui vous parle ?
2) Qu'est ce que on va étudier pendant le cours ?
3) Pourquoi il est important d'étudier la physique pour un étudiant en informatique ?

1) Mon domaine de recherche:

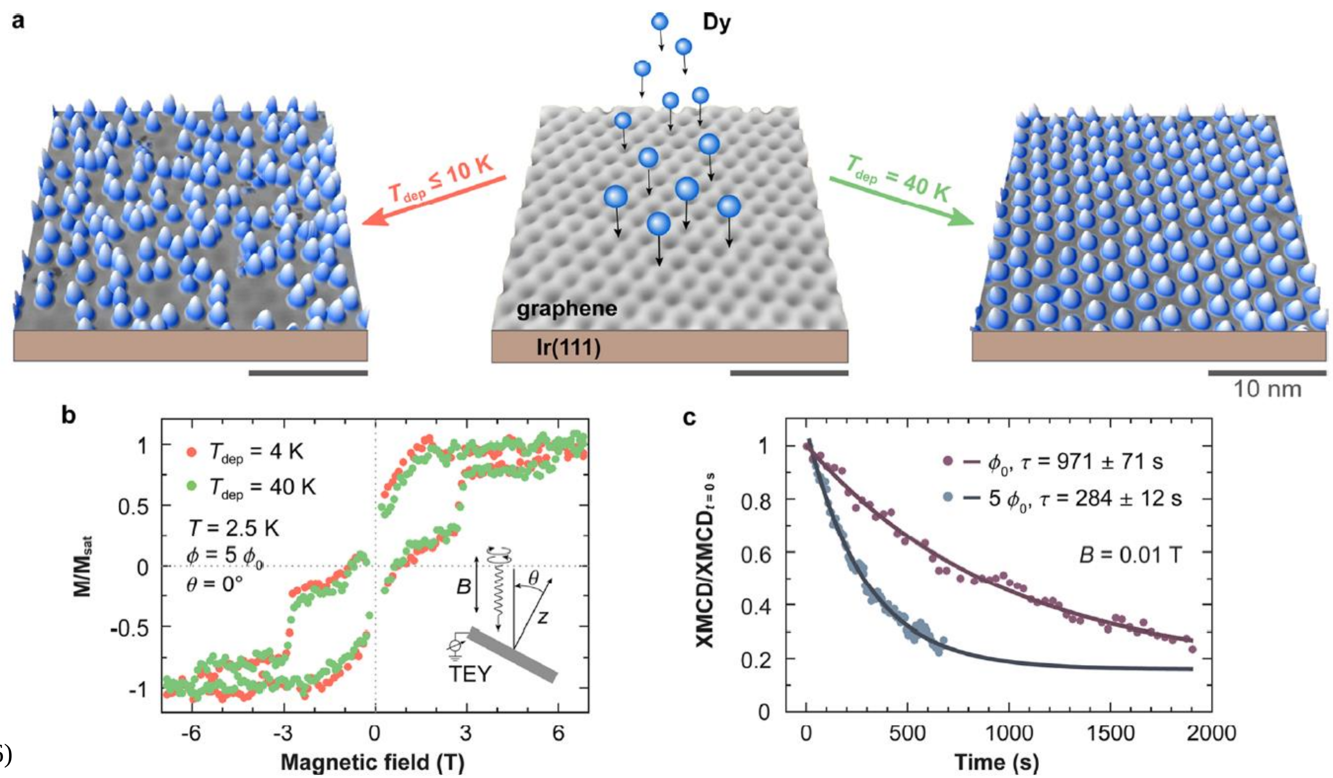
La croissance de nanostructures et leur propriétés magnétiques

2D clusters: Pt core and Co shell



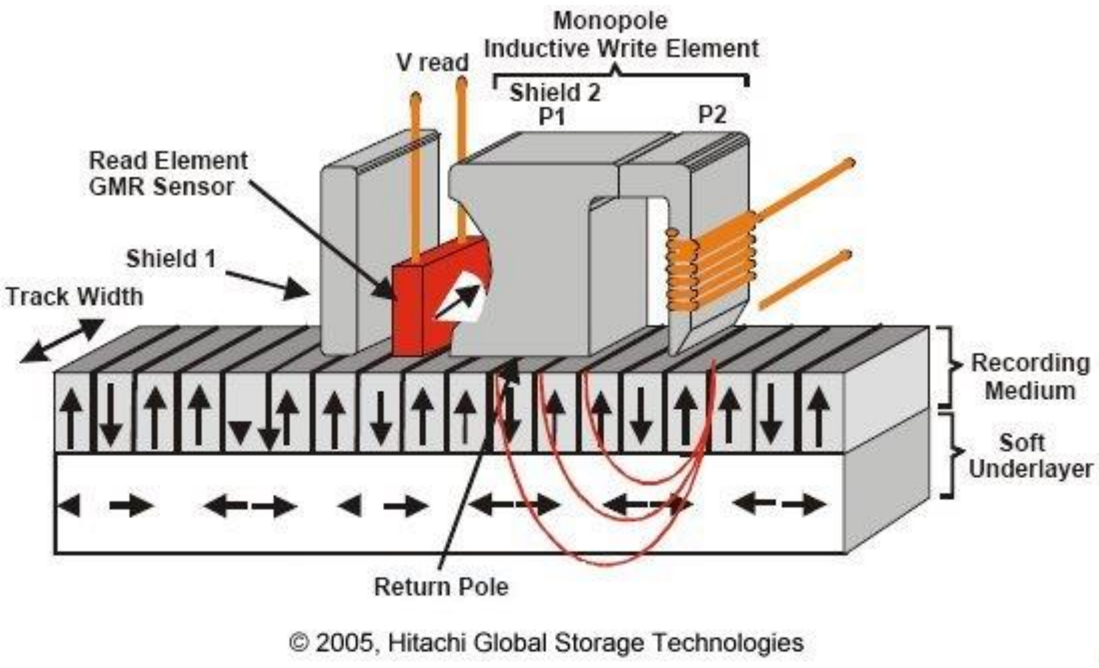
S. Rusponi *et al.*, Nature Mat. **2**, 546 (2003).

Superlattice of single atom magnets



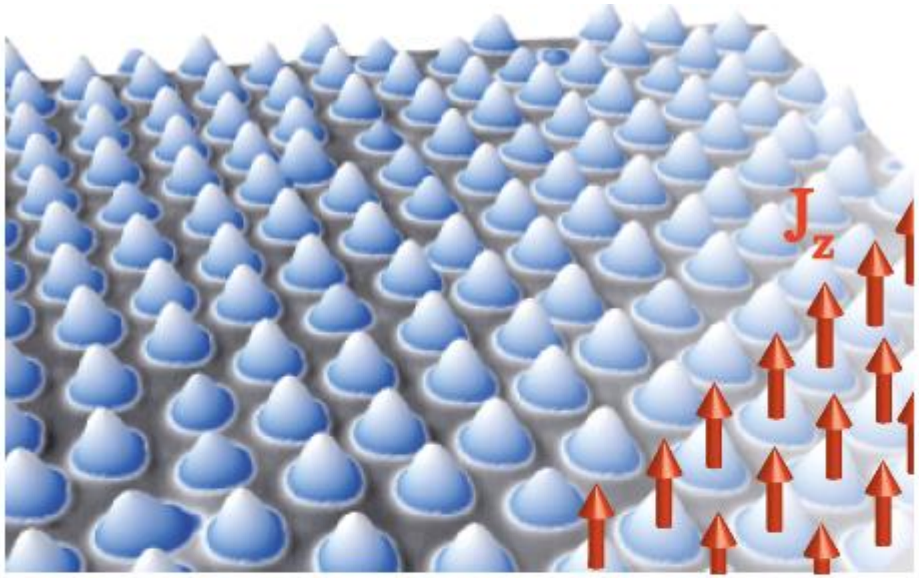
R. Baltic *et al.*, Nano Letters **16**, 7610 (2016)

1) Mon domaine de recherche:



La croissance de nanostructures et leur propriétés magnétiques

Un atome est le plus petit aimant: système binaire idéale



<u>2) La mécanique classique</u>

Mécanique:

- science du mouvement (et du repos) de systèmes matériels caractérisés par les variables d'espace et de temps

- **Cinématique:**
  - description du mouvement (temps, position, vitesse, accélération)

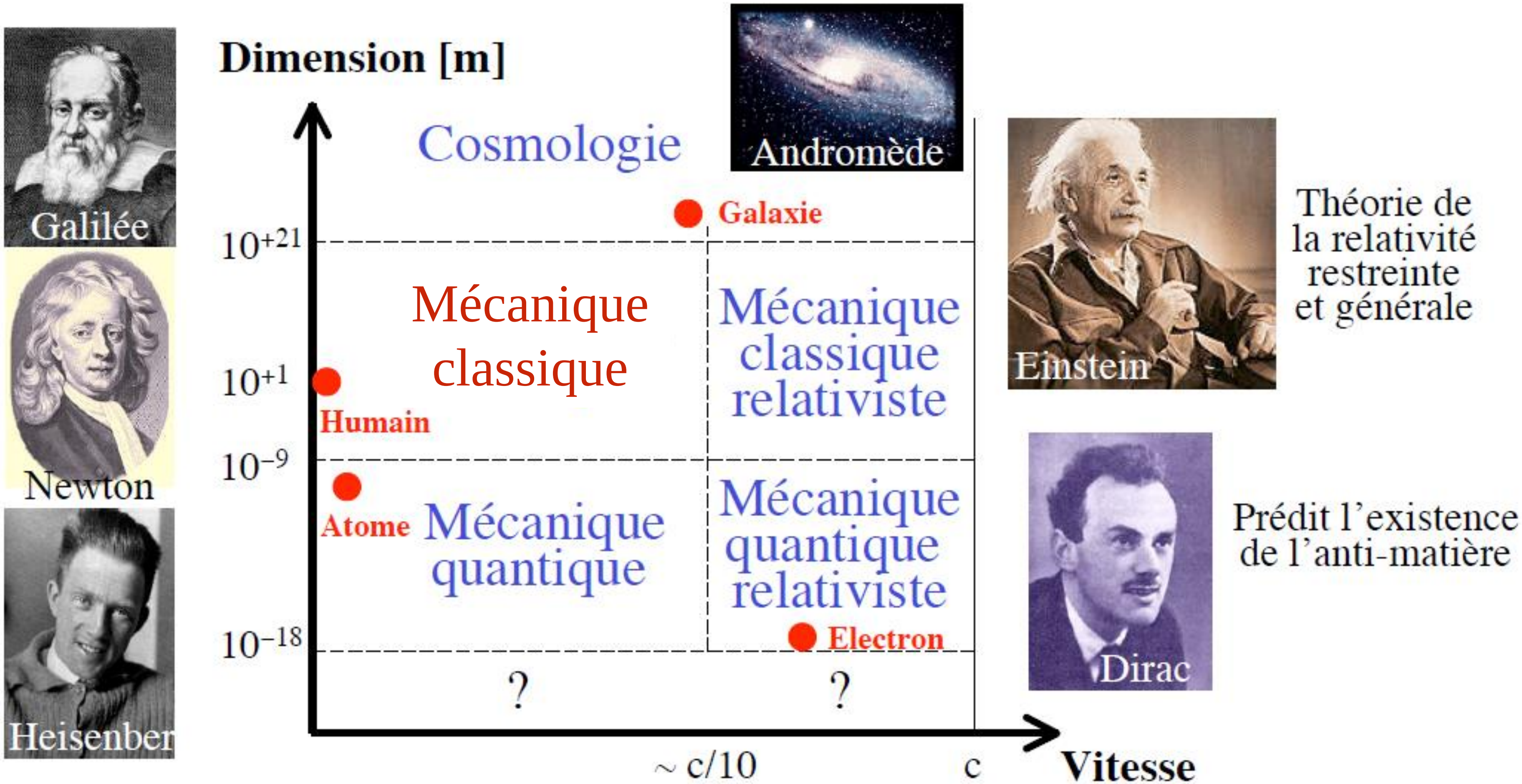
- **Dynamique:**
  - étude de la relation entre le mouvement et les causes de sa variation (forces, lois de Newton, théorème du moment cinétique, …)

- **Statique:**
  - étude et description de l'équilibre (repos) des systèmes mécaniques
    (cas particulier de la dynamique, pour lequel tous les éléments du système sont au repos)

Mécanique classique (Newtonienne)

1. Lois de Newton et balistique
2. Cinématique, coordonnées cylindriques et sphériques
3. Oscillateur harmonique
4. Forces, travail et énergie
5. Moment cinétique et force centrale, gravitation
6. Changement de référentiel, dynamique terrestres
7. Système de points matériels
8. Cinématique et dynamique du solide indéformable

Le panorama de la mécanique



vitesse de la lumière dans le vide: **$c \equiv 299'792'458$ m/s**

3) Pourquoi étudier la mécanique classique?

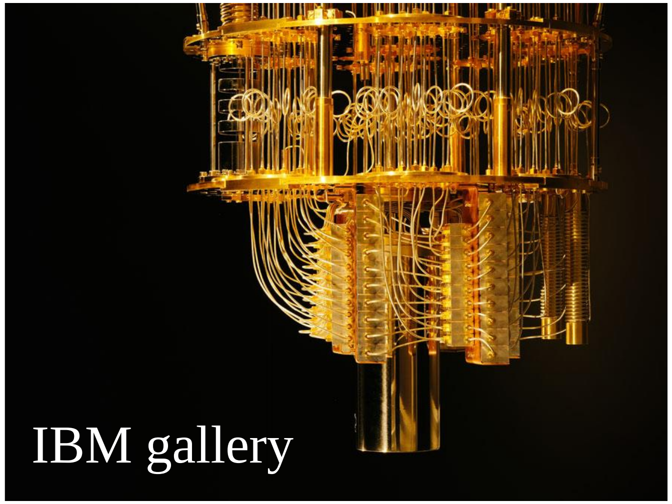
Quiz:
Pourquoi vous vous êtes inscrits à informatique ?

a) Pour étudier le mouvement d'un pendule
(mécanique classique)

b) Attiré par l'intelligence artificielle, calculateur quantique, ….
(mécanique quantique)

c) autre

Galileo Galilei (1564−1642)



La physique

- Science dont le but est d’étudier et de comprendre les **composants de la matière** et leurs **interactions** mutuelles

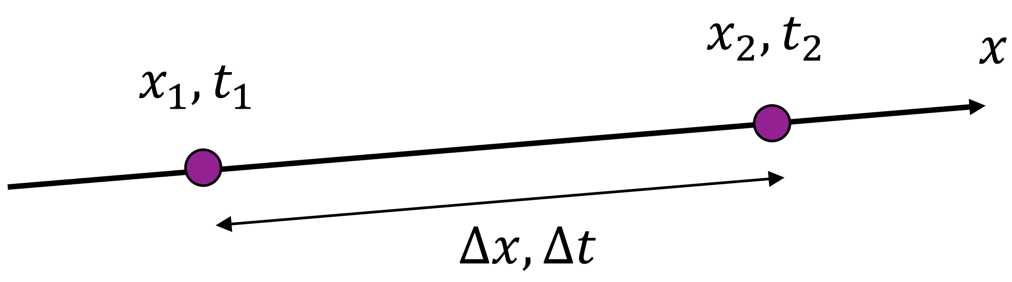
- Sur la base des propriétés observées de la matière et des interactions, le physicien tente d’expliquer les **phénomènes naturels** observables

- Les « explications » sont données sous forme de **lois** aussi fondamentales que possible: **elles résument notre compréhension des phénomènes physiques**

- Les lois s’expriment sous forme mathématique;
  les **mathématiques** sont le langage de la physique

Exemple de formulation mathématique: la vitesse instantanée

- Une particule se déplace en ligne droite, sur l'axe x
- Position en fonction du temps (équation horaire): $x = x(t)$
  - Au temps t_1, position $x_1 = x(t_1)$
  - Au temps t_2, position $x_2 = x(t_2)$



- **Vitesse moyenne** entre t_1 et t_2 :

$$\boxed{v_{\text{moyenne}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

- **Vitesse instantanée**;
  on fait tendre $\Delta t = t_2 - t_1$ vers zéro:

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt} \equiv \dot{x}(t)}$$

Vitesse = dérivée de la fonction $x(t)$ par rapport à t
dérivée de la position par rapport au temps

Exemple de formulation mathématique: l'accélération instantanée

- Vitesse en fonction du temps: $v = v(t) = dx/dt$
  - Au temps t_1, vitesse $v_1 = v(t_1)$
  - Au temps t_2, vitesse $v_2 = v(t_2)$

- **Accélération moyenne** entre t_1 et t_2 :

$$\boxed{a_{\text{moyenne}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

- **Accélération instantanée**;
  on fait tendre $\Delta t = t_2 - t_1$ vers zéro:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv(t)}{dt} \equiv \dot{v}(t)$$

$$a = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \equiv \ddot{x}(t)$$

Accélération = dérivée de la fonction $v(t)$ par rapport à t

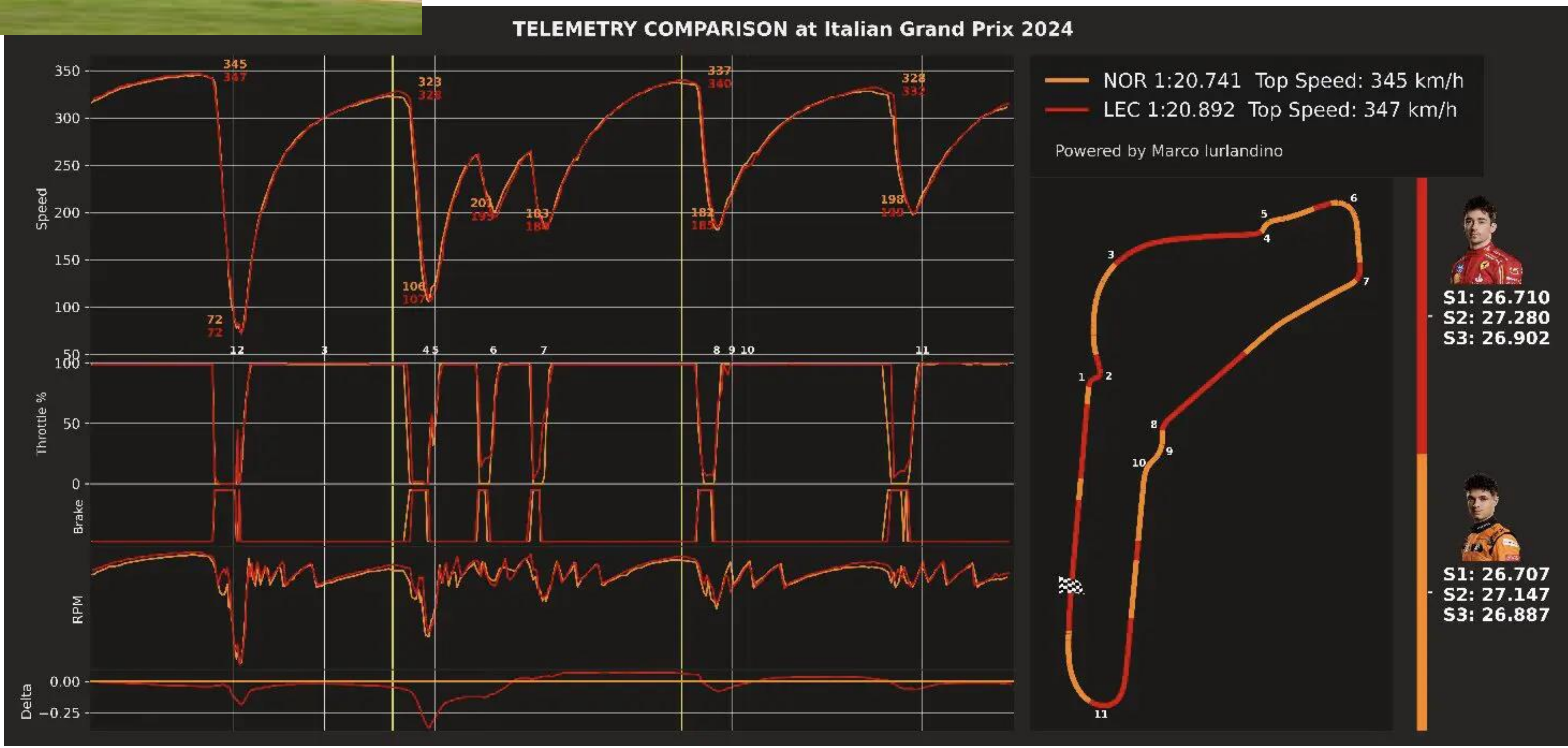
dérivée première de la vitesse par rapport au temps

dérivée deuxième de la position par rapport au temps

Ex. pratique: télémétrie en F1

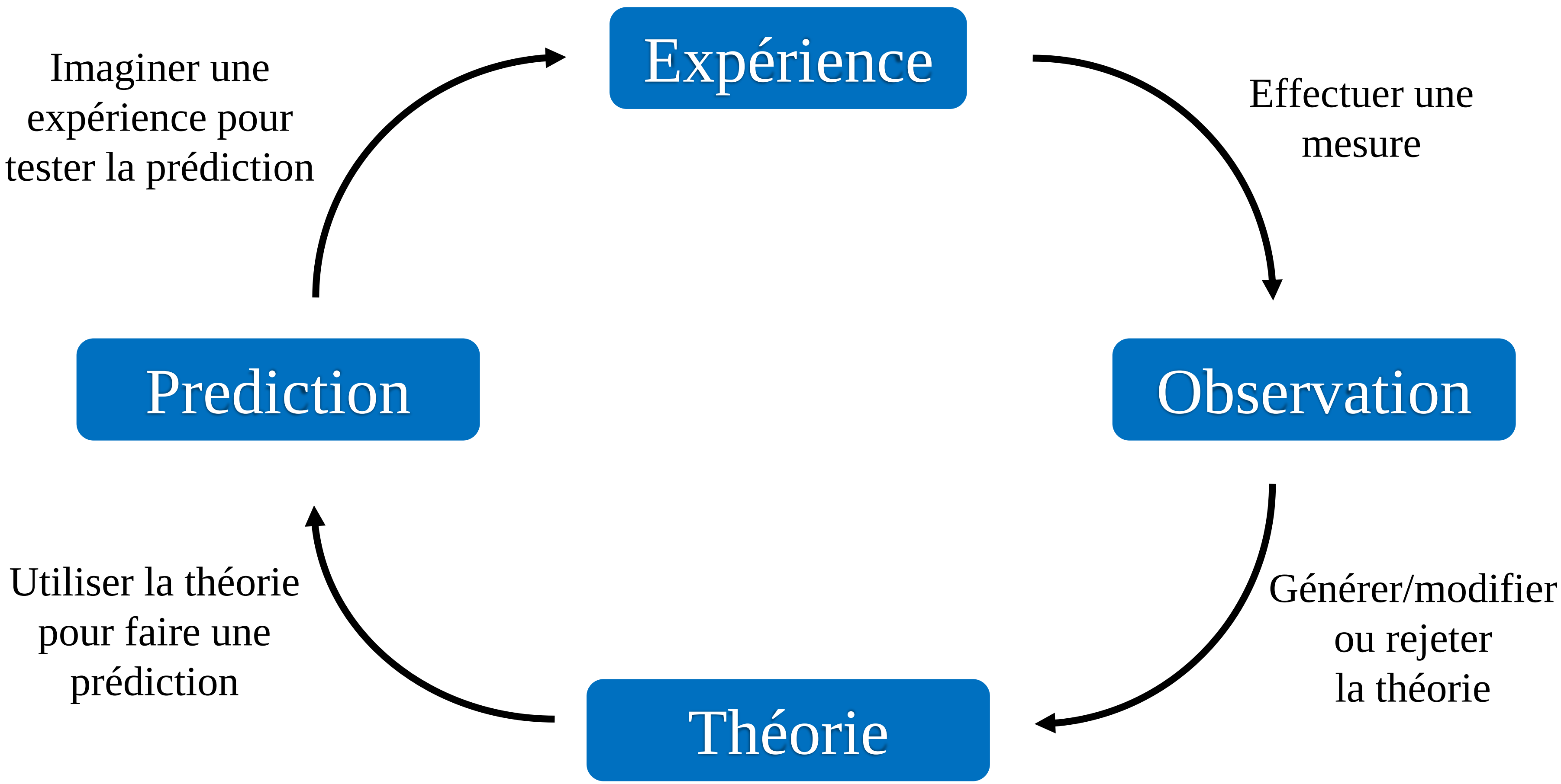
https://www.funoanalisitecnica.com/2024/08/ferrari-f1-fondo-monza.html

Vitesse



Nos voitures sont pleines de senseurs:
Contrôle de traction, réglage de vitesse, boite automatique, antipatinage,..

La méthode scientifique de Galilée



Il faut apprendre la méthode scientifique
pour résoudre n'importe quel type de problème

La mécanique (qui décrit notre quotidien) est le meilleur exercice

→ démo tabouret tournant → démo pendule → démo: gyroscope

Site web du cours

https://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=15445

- Consultez les informations et ressources mises à disposition:

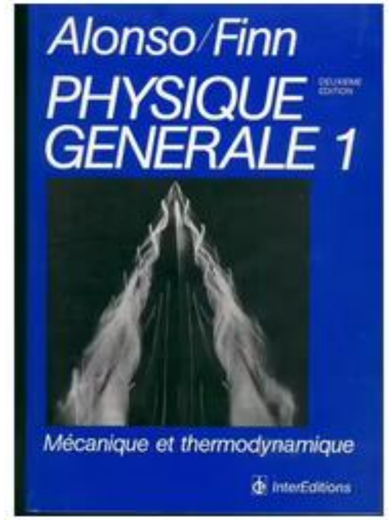
  - Vos outils pour ce cours :

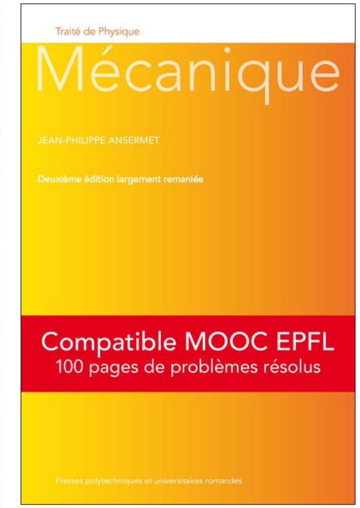
  - Organisation et annonces
  - Planning pour chaque semaine du semestre
  - Slides du cours
    - disponibles après chaque leçon
  - Enoncés et corrigés des exercices, méthode de résolution
  - Règles, modalités et infos pour l'examen
  - Forum pour poser vos questions (cours, exercices, etc.)

Bibliographie

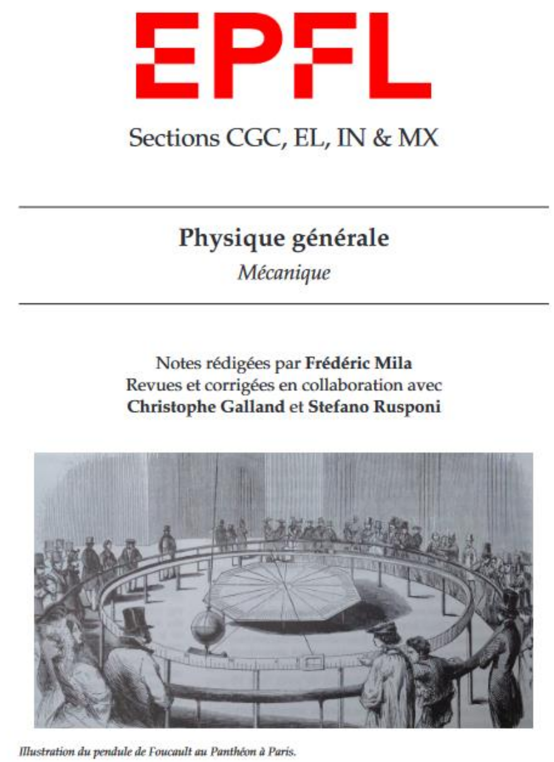
Bibliographie suggérée

1) *Physique générale 1* Alonso/Finn
2) *Mécanique* Jean-Philippe Ansermet





A disposition aussi un Polycopié



Organisation des exercices

- Horaire des séances exercices
  - mardi de 10h15 à 12h00, salles CM1100, CM1104, CM1106, CM1121, CO124 → **exercices essentiels** (inscription sur le site Moodle)
  - jeudi de 13:15 à 14:00, salle CE1 1 → discussions sur thèmes du cours, exemples de résolution de problèmes et quiz (https://participant.turningtechnologies.eu/en/join)

  - mardi (17:30-19:00 en GC A3 31) et jeudi (18-19:30 en CO 122) → révisions organisées par le CePro (dès la 4ème semaine)

- Chaque semaine, deux séries d'exercices
  - ***Préparatoires***: exercices facultatives d'application simple des concepts vus au cours (à faire avant la séance d'exercices du mardi) → ils sont fourni avec corrigé
  - ***Problèmes représentatifs*** du niveau attendu dans ce cours
    - cette série est abordée pendant la séance d'exercices (mardi)
    - 2 problèmes à résoudre (en classe) en petit groupe (4-5 personnes) pour encourager la discussion.
    - 2 problèmes supplémentaires à aborder par vous même

- Enoncés et corrigés des exercices
  - l'énoncé est disponibles sur le site Moodle le vendredi précédant la séance
  - le corrigé est disponibles sur le site Moodle le mardi en fin de journée
  - l'énoncé et le corrigé des séries préparatoires sont disponibles le vendredi

Exercices et séances d'exercices

- Vous permettent de
  - mettre en pratique les notions vues au cours
  - **vous entraîner à la résolution de problèmes (objectif principal)**
  - évaluer votre niveau de compréhension des notions abordées
  - vous faire une idée des aptitudes requises à l'examen
  - poser des questions, échanger, réfléchir
  - recevoir (ou donner!) aide, motivation et encouragement

- Soyez réguliers dans l'effort
  - n'attendez pas pour commencer à travailler!

- Soyez vigilants face aux difficultés rencontrées
  - réagissez rapidement si vous « décrochez »
    → parler-en avec votre assistant(e), ou l'enseignant

Aide-mémoire « méthode de résolution »

- Méthode générale de résolution des problèmes de mécanique newtonienne

- Référez-vous au document explicatif (sur Moodle)
    - « Aborder et résoudre un problème de mécanique newtonienne »

EPFL

Physique générale I
Sections CGC, EL, IN, MX

Méthode de résolution
d'un problème
de mécanique

F. Blanc, Ch. Galland, F. Mila (2023)

1. Lire attentivement l'énoncé et appréhender le problème
2. Définir le(s) **système(s)** ; faire un **dessin**
3. Choisir un **référentiel** (= observateur)
4. Identifier (et dessiner) les **forces extérieures** appliquées sur chaque système
5. Lister les **lois applicables** et choisir la stratégie de résolution
6. Choisir les **variables de position** (= coordonnées)
7. Ecrire les **équations du mouvement** ; les résoudre
8. **Vérifier** la(les) solution(s) (dimensions et cas limites)

Tests, epreuve et note de branche

- 1 test format exam fin Novembre
  - **Il correspond environ à 2/3 de l'examen**
  - **Pas de note reçue pour le test**

- Examen:

- Aucune épreuve facultative (au sens de l'article 3 de l'ordonnance fédérale sur le contrôle des études)

- Epreuve obligatoire en session d'examens sous la forme d'un examen écrit
- **date décidée par le SAC, entre le 13.1.2025 et 31.1.2025 (probable le 17.1.2025)**
- **Durée de 3h30**

- **Règle et consigne sont données sur le site MOODLE:**
- **Travail individuel en silence, totalement dédié, sans interaction avec une autre personne**
- **Matériel autorisé: papier vierge, stylos, crayons, gomme, règle, taille-crayon**
- **formulaire personnel manuscrit de 2 pages A4 (= 1 feuille A4 recto-verso)**

  - **La note obtenue à l'examen, arrêtée au quart de point, sera la note finale de Physique Générale : mécanique**

Première partie:

Lois de Newton et balistique

Notions abordées :

- 1.1 point matériel
- 1.2 référentiels et repères
- 1.3 lois de Newton
- 1.4 la balistique

Buts:

- se familiariser avec les notions de référentiel, repère, et les lois de Newton
- comprendre comment une loi du mouvement ($\vec{F} = m\vec{a}$) et la donnée de conditions initiales permettent de prédire la position et la vitesse d'un point matériel en tout temps
- se familiariser avec les notions de dérivée et d'équation différentielle

1.1 Le modèle du « point matériel »

Point matériel: un système est assimilé à un point géométrique auquel on attribue toute la masse de ce système, et dont l'état est décrit en tout temps par une (seule) position et une (seule) vitesse

- Notion introduite par Isaac Newton (1642–1727):
  corps → point matériel → ensemble de points matériels

- Modèle souvent suffisant pour décrire et prédire correctement le mouvement d'un corps:
  - Un point matériel peut être « gros » (exemple: la Terre, le Soleil, …) mais il sera petit par rapport à l'espace dans le quel il se déplace (la galaxie)
  - Pas applicable dans toutes les situations; le modèle a des limites
    - exemple: boule de billard ou boule pendue à un fil court
      (les rotations du solides ne peuvent être négligées, et les variations de positions considérées sont petites par rapport aux dimensions de l'objet étudié)

1.2 Référentiel

- **Définition:** **un ensemble de N points ($N \geq 4$), non coplanaires, immobiles les uns par rapport aux autres**
  (et par extension tous les points immobiles par rapport à ces N points)

- La description du mouvement d'un système se fait toujours par rapport à un référentiel
- L'observateur et les appareils de mesure sont immobiles par rapport au référentiel (ils « font partie » du référentiel)
- Le choix du référentiel est arbitraire

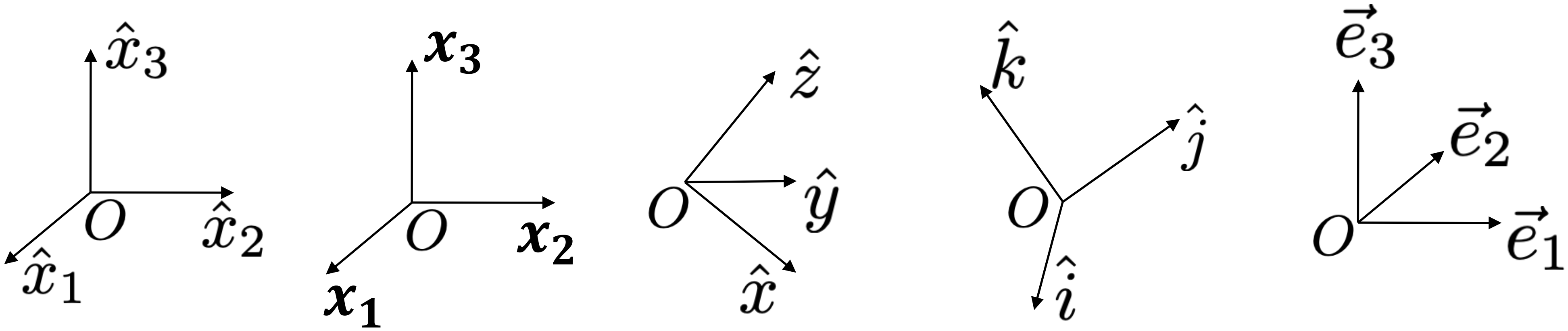
Référentiel = Observateur

- Exemples:
  - Le laboratoire (référentiel terrestre)
  - Le centre de la Terre et trois étoiles fixes (référentiel de Ptolémée)
  - Le centre du Soleil et trois étoiles fixes (référentiel de Kepler)
  - Un bateau, une voiture, un avion en mouvement, etc...

1.2 Repère orthonormé

→ démo repère orthonormé

- **<u>Repère orthonormé</u> = origine O (∈ référentiel) et trois axes orthogonaux définis par des vecteurs de longueur unité (*vecteurs unitaires*)**



- Vecteurs unitaires :

$$|\hat{x}_1| = |\hat{x}_2| = |\hat{x}_3| = 1$$

- Vecteurs orthonormaux :

$$\hat{x}_1 \cdot \hat{x}_2 = \hat{x}_2 \cdot \hat{x}_3 = \hat{x}_3 \cdot \hat{x}_1 = 0$$

Base orthonormée :

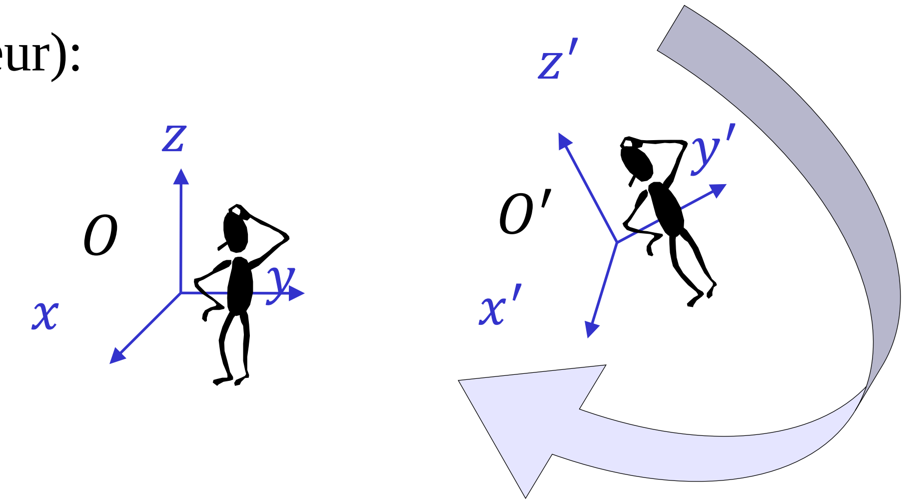
$$\boxed{\hat{x}_i \cdot \hat{x}_j = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad i = j \\ 0 & \text{si} \quad i \neq j \end{cases}}$$

produit scalaire

symbole de Kroneker

1.2 Invariance par changement de référentiel

- Changement de référentiel (ou d'observateur):
  - Référentiel $O'x'y'z'$ en mouvement par rapport au référentiel $Oxyz$



- Les lois de la physique sont-elles invariantes par rapport à n'importe quel changement de référentiel ?
  - Autrement dit, si les observateurs O et O' font la même expérience, obtiendront-ils le même résultat ?

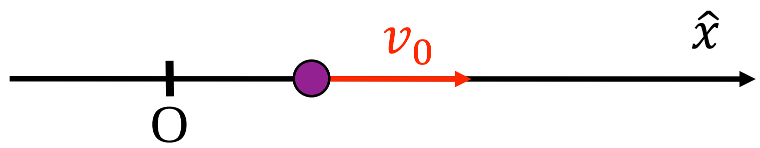
- Principe de Galilée (repris par Einstein):
  - **Les lois de la physique sont les mêmes (i.e. invariantes) pour deux observateurs en mouvement rectiligne uniforme (=sans accélération) l'un par rapport à l'autre**

→ démo jet d'eau

1.3 Mouvement rectiligne uniforme

- Mouvement d'un point matériel se déplaçant en ligne droite à vitesse constante
  - On définit un axe x associé à la trajectoire rectiligne, avec une origine O

$$\boxed{v(t) \equiv \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} = \dot{x}(t) = v_0 = \text{constante}}$$



  - La relation ci-dessus est une équation pour la fonction inconnue *x(t)*; c'est une équation différentielle, car elle fait intervenir la dérivée de *x(t)*
  - Solution: $x(t) = v_0 t + x_0$, où x_0 = constante

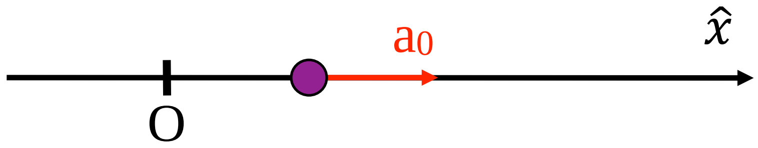
<u>équation horaire</u>
= paramétrisation de la trajectoire en fonction du temps (*t* est le paramètre)

$x_0 = x(t = 0)$
$= $ position initiale (à $t = 0$)

1.3 Mouvement rectiligne uniformément accéléré

- Mouvement d'un point matériel se déplaçant en ligne droite avec une accélération constante

$$\boxed{a(t) \equiv \frac{\mathrm{d}^2 x(t)}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{x}(t) = a_0 = \text{constante}}$$



- Equation différentielle d'ordre 2, faisant intervenir la dérivée seconde de la fonction inconnue $x(t)$
  - Solution:

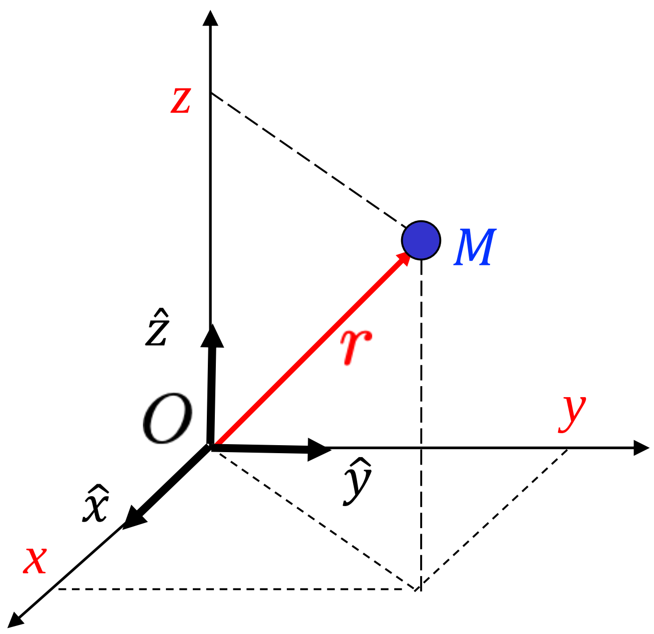
$$x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0 \,, \qquad \text{où } x_0 = x(t=0) = \text{position initiale}$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = a_0 t + v_0 \,, \qquad \text{où } v_0 = v(t=0) = \text{vitesse initiale}$$

- On vérifie la solution (quels que soient v_0 et x_0) en calculant la dérivée seconde de $x(t)$.
- Cas particulier: $a_0 = 0$ $\rightarrow$ mouvement rectiligne uniforme

1.3 Mouvement d'un point matériel M

On décrit le mouvement du point M par rapport au repère $O\hat{x}\hat{y}\hat{z}$ en utilisant des coordonnées cartésiennes



Position:

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{x} + y(t)\,\hat{y} + z(t)\,\hat{z}$$

Vitesse:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \dot{\vec{r}}(t)$$

$$= \frac{dx(t)}{dt}\hat{x} + x(t)\frac{d\hat{x}}{dt} + \frac{dy(t)}{dt}\hat{y} + y(t)\frac{d\hat{y}}{dt} + \frac{dz(t)}{dt}\hat{z} + z(t)\frac{d\hat{z}}{dt}$$

$$= \frac{dx(t)}{dt}\hat{x} + \frac{dy(t)}{dt}\hat{y} + \frac{dz(t)}{dt}\hat{z} = v_x(t)\,\hat{x} + v_y(t)\hat{y} + v_z(t)\hat{z}$$

Accélération:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \dot{\vec{v}}(t) = \ddot{\vec{r}}(t)$$

$$= \frac{d^2x(t)}{dt^2}\hat{x} + \frac{d^2y(t)}{dt^2}\hat{y} + \frac{d^2z(t)}{dt^2}\hat{z} = a_x(t)\,\hat{x} + a_y(t)\hat{y} + a_z(t)\hat{z}$$

1.3 Galilée et la chute des corps

- Le mouvement « naturel » des corps est rectiligne uniforme (**principe d’inertie**); toute déviation est due à une force.

- La chute des corps (dans le vide et avec $v_0 = 0$) est un mouvement rectiligne uniformément accéléré sous l’effet de la force de pesanteur.
  - Prouvé expérimentalement par Galilée

- Galilée constate que la période d’un pendule est indépendante de sa masse m
  $\longrightarrow$ force de pesanteur proportionnelle à m

Galileo Galilei (1564−1642)

1.3 Lois de Newton

« Philosophiae Naturalis Principia Mathematica » (1687)

Sir Isaac Newton (1642–1727)

- **Lex prima (loi d'inertie):**
  - « Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite à moins qu'une force n'agisse sur lui et ne le contraigne à changer d'état »

$$\boxed{\text{mouvement rectiligne uniforme}(\,\vec{v} = cte) \Leftrightarrow \vec{F}_i = 0}$$

- **Lex secunda:**
  - « Les changements dans le mouvement d'un corps sont proportionnels à la force et se font dans la direction de la force »

$$\boxed{\sum_i^N \vec{F}_i = \vec{F} = m\vec{a}}$$

- **Lex tertia (action-réaction):**
  - « A chaque action, il y a toujours une réaction égale et opposée; si un corps exerce une force sur un autre, cet autre corps exerce une force égale et opposée sur le premier »

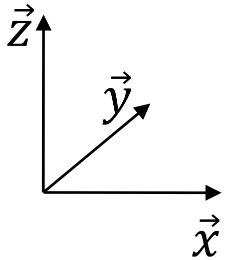
$$\boxed{\vec{F}_{1\to 2} = -\,\vec{F}_{2\to 1}}$$

1.4 Balistique

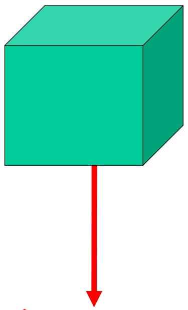
La partie de la mécanique qui a pour objet l'étude du mouvement d’un objet dans un champ de pesanteur (par ex. celui terrestre)

Ex.: lancement d’une fusée

1.4 Force de pesanteur et chute des corps



→ démo « mesure de g »

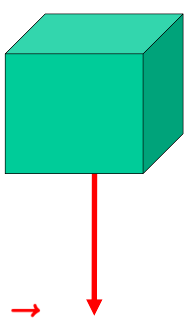


$\vec{F} = m\vec{g}$

- Modèle phénoménologique:
  - l'attraction terrestre donne lieu à une force verticale (appelée le poids) proportionnelle à la masse m:

$$\vec{F} = -mg\,\vec{z}$$

facteur de proportionnalité:
g ≃constante = 9.8 m/s^2



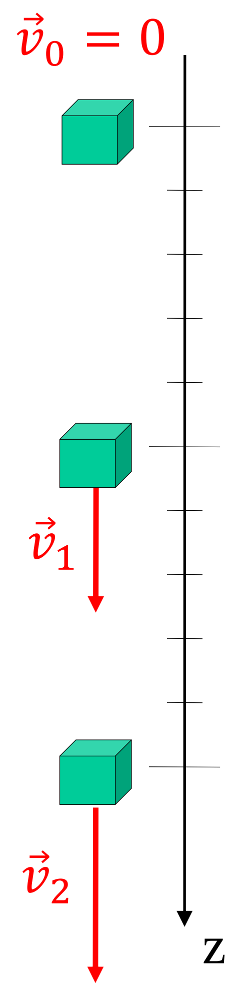
$\vec{F} = m\vec{a}$

- Application de la 2$^{\text{ème}}$ loi de Newton:
  - Si le poids est la seule force appliquée à un point matériel:

$$\vec{F} = ma\,\vec{z} \;\Rightarrow\; a\vec{z} = -g\vec{z} = cte$$

⇒ dans le vide les corps ont un mouvement uniformément accéléré d'accélération g

Mesure de g: $z(t) = \frac{1}{2}gt^2$



0.0 m = z_0 au temps $t_0 = 0$

0.5 m = z_1 au temps $t_1 = 0.32$ s

$$\Rightarrow \quad g = \frac{2z_1}{t_1^2}$$

1.0 m = z_2 au temps $t_2 = 0.45$ s

$$\Rightarrow \quad g = \frac{2z_2}{t_2^2}$$

1.4 Décomposition du mouvement balistique

→ démo : deux boules,
https://www.youtube.com/embed/wuljQiJTdTI

- Le mouvement d'un corps en chute libre peut être vu comme la superposition de deux mouvements:
  - un mouvement rectiligne horizontal uniforme

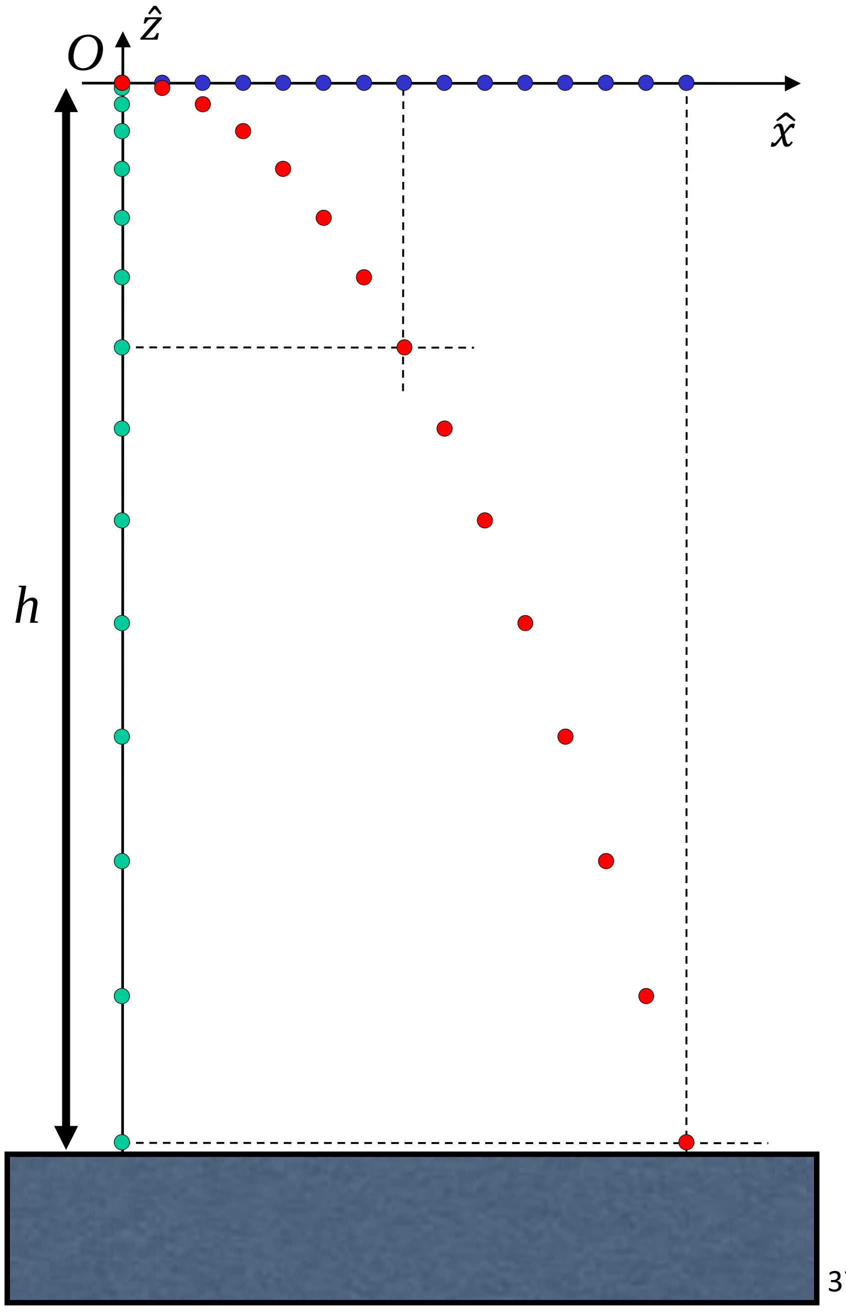
$$\boxed{x(t) = v_{0x} t}$$

  - un mouvement rectiligne vertical uniformément accéléré

$$\boxed{z(t) = -\frac{1}{2} g t^2}$$

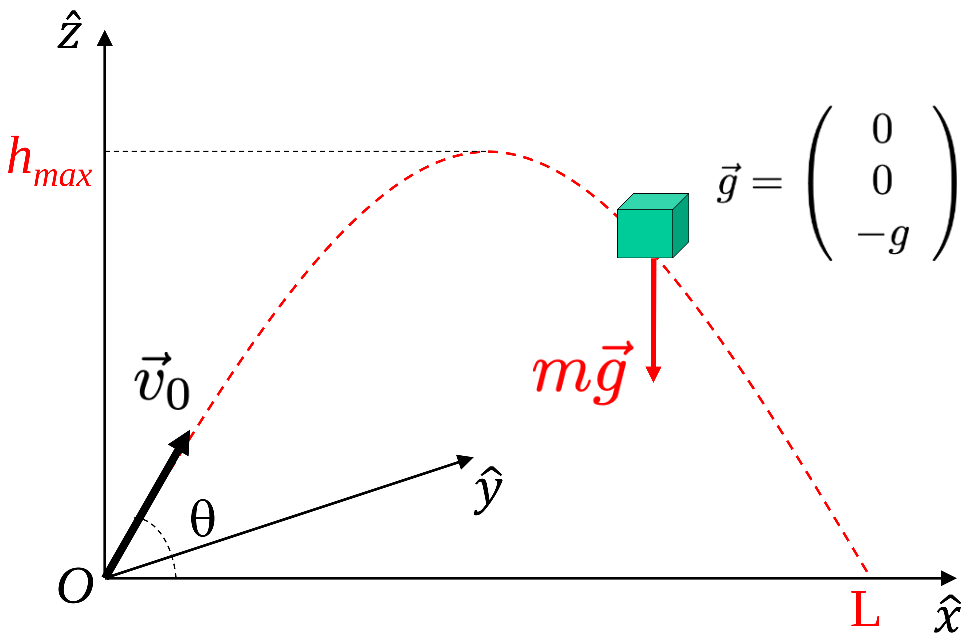
Indépendamment de la valeur de v_{0x} le temps de chute est donné par:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$



1.4 Objet lancé sous l'effet de la force de pesanteur

- On peut toujours choisir un repère $O\hat{x}\hat{y}\hat{z}$ (avec $\hat{z}$ vertical) tel quel les conditions initiales s'écrivent:



$$\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ v_{0y} \\ v_{0z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ 0 \\ v_{0z} \end{pmatrix}$$

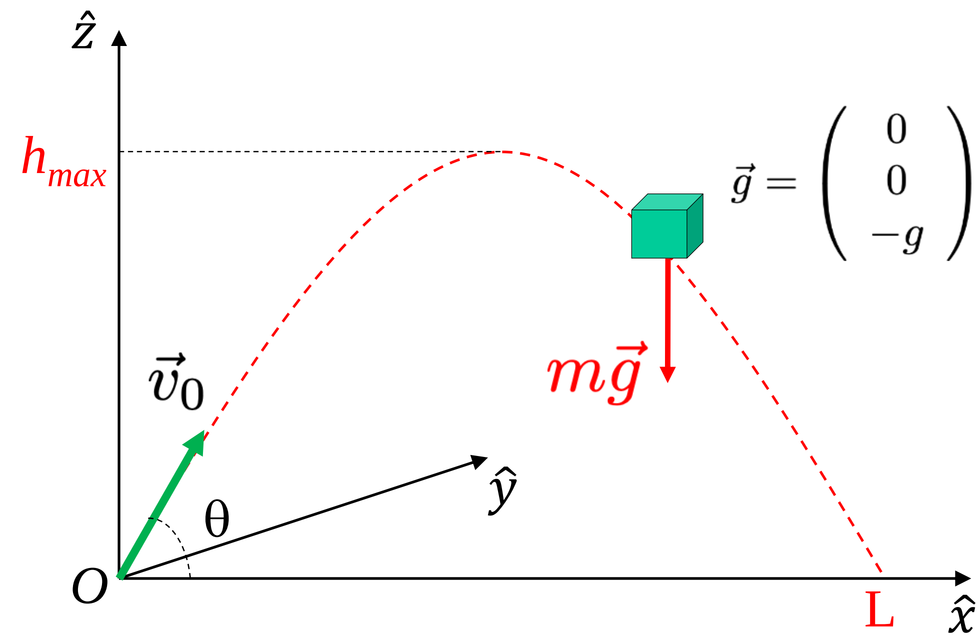
- Application de la loi de Newton, $\vec{F} = m\vec{a}$, projetée sur les axes $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = 0 & \Rightarrow x(t) = \phantom{-\frac{1}{2}gt^2+} v_{0x}t + x_0 = v_{0x}t \\ m\ddot{y} = 0 & \Rightarrow y(t) = \phantom{-\frac{1}{2}gt^2+} v_{0y}t + y_0 = 0 \\ m\ddot{z} = -mg & \Rightarrow z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t + z_0 = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t \end{cases}$$

- En éliminant t, on obtient l'équation d'une parabole dans le plan $y = 0$:

$$z = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_{0x}}\right)^2 + v_{0z}\left(\frac{x}{v_{0x}}\right)$$

1.4 Objet lancé sous l'effet de la force de pesanteur



- La portée L est donnée par: z = 0

$$z = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos\theta}\right)^2 + v_0\sin\theta\left(\frac{x}{v_0\cos\theta}\right) = 0$$

$$L = \frac{2}{g}{v_0}^2\cos\theta\sin\theta$$

- Temps de vol t_{vol}:

$$t_{vol} = \frac{L}{v_0\cos\theta} = \frac{2}{g}v_0\sin\theta$$

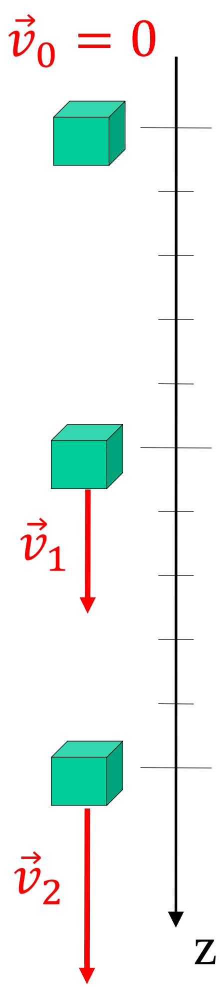
- Hauteur maximale h_{max}: $\dot{z}(t) = 0$

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\theta\, t \quad \Rightarrow \quad \dot{z} = -gt + v_0\sin\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_0\sin\theta}{g}$$

$$h_{max} = -\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0\sin\theta}{g}\right)^2 + v_0\sin\theta\,\frac{v_0\sin\theta}{g} = \frac{(v_0\sin\theta)^2}{2g}$$

1.4 Force de pesanteur et chute des corps

Mesure de g: $z(t) = \frac{1}{2} g t^2$



0.0 m = z_0 au temps $t_0 = 0$

0.5 m = z_1 au temps t_1

$\Rightarrow \quad g = \frac{2z_1}{t_1^2}$

1.0 m = z_2 au temps t_2

$\Rightarrow \quad g = \frac{2z_2}{t_2^2}$

Comment la vitesse $\vec{v}$ varie avec le temps?

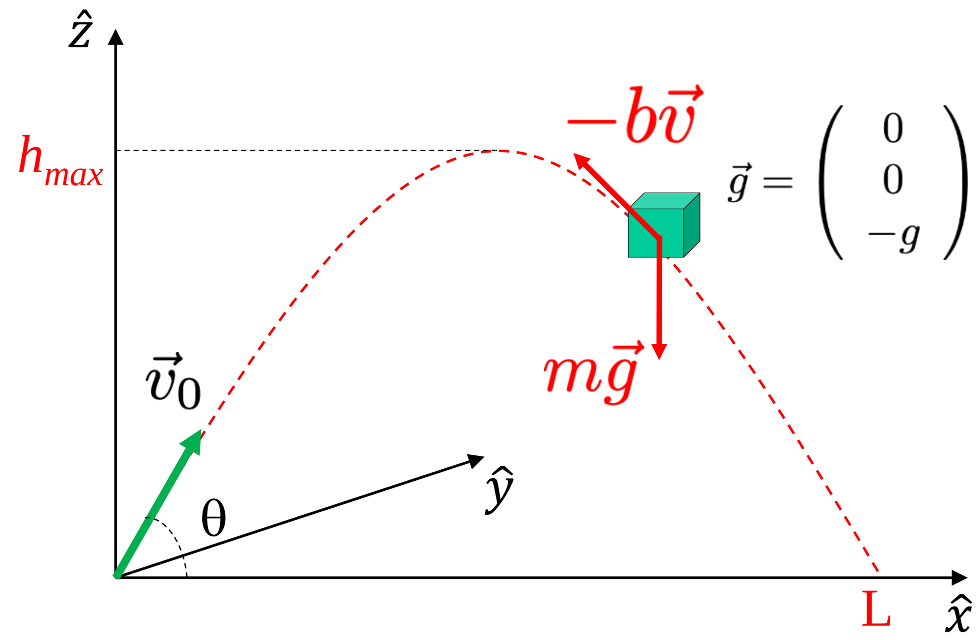
$$v(t) = \dot{z}(t) = gt = \sqrt{2zg}$$

La vitesse croit avec l'hauteur,
en principe sans limite

Contraire à ce que on constate dans la vie quotidienne !!

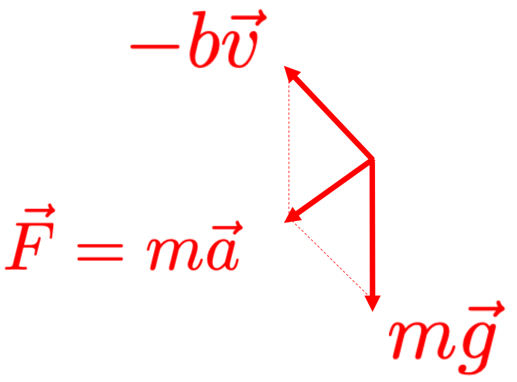
→ démo : Tube de Newton
https://auditoires-physique.epfl.ch/experiment/9

1.4 Balistique avec frottement dans l'air



- Notre modèle balistique avec F = mg est trop simple?
  - $v_z(t)$ ne croît pas à l'infini !
- Modèle plus réaliste:
  - On tient compte de la résistance de l'air
  - Force de frottement opposée à la vitesse: $\vec{F}_{frot} = -b\vec{v}$, b = constante

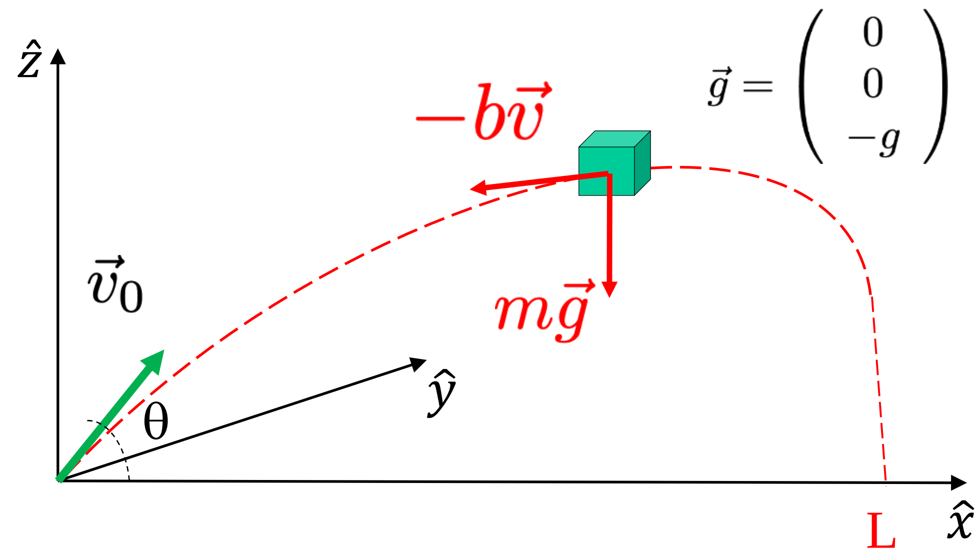
- Attention:
  - Les forces s'additionnent comme des vecteurs
  - La 2ème loi de Newton s'applique en utilisant la somme vectorielle des forces



1.4 Balistique avec frottement dans l'air

- On peut toujours choisir un référentiel $O\hat{x}\hat{y}\hat{z}$ (avec $\hat{z}$ vertical) tel que les conditions initiales s'écrivent:

$$\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ 0 \\ v_{0z} \end{pmatrix}$$



- Application de la loi de Newton dans chacune des directions x, y, z:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -b\dot{x} & \Rightarrow x(t) = v_{0x}\tau\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \\ m\ddot{y} = -b\dot{y} & \Rightarrow y(t) = 0 \\ m\ddot{z} = -b\dot{z} - mg & \Rightarrow z(t) = -g\tau t + (v_{0z} + g\tau)\,\tau\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \end{cases} \qquad \text{avec} \quad \tau = \frac{m}{b}$$

- Vitesse limite de chute ($t \gg \tau$): $\dot{z}(t) \cong -g\tau = -mg/b$
- Portée limite ($t \gg \tau$): $L = v_{0x}\tau$